

KESULITAN BELAJAR MATEMATIKA: ANALISIS PENGETAHUAN AWAL [DIFFICULTY IN LEARNING MATHEMATICS: PRIOR KNOWLEDGE ANALYSIS]

R. F. Setia Budi Panggabean¹, Kimura Patar Tamba²

¹Sekolah Lentera Harapan, Sekampung, LAMPUNG

²Universitas Pelita Harapan, Tangerang, BANTEN

Correspondence email: rafflespanggabean@gmail.com

ABSTRACT

In line with constructivism theory, prior knowledge is important in learning. Prior knowledge is the basis for a person being able to accept any new information that has been given. The background of this paper is the recognition that a number of students have difficulty learning mathematics. The results of observations when teaching grade 12 students about the matrix show that students still have difficulty in performing addition and subtraction arithmetic operations. This fact shows that there is a problem in students' prior knowledge. This paper aims to see the importance of the position of initial knowledge in student learning difficulties. This paper is a literature review. The results obtained show that initial knowledge is a source of student learning difficulties. This can be seen from the nature of mathematics and the thinking process of students in learning mathematics. From the nature of mathematics, according to constructivism, knowledge is acquired in a progressive constructive manner. Difficulties will arise when the prior knowledge is epistemologically different from the new knowledge. From the thinking process, students use their prior knowledge to construct new knowledge or respond to new information. The implication is that learning difficulties will arise when there is a conflict between prior knowledge and new knowledge.

Keywords: learning difficulty, mathematics epistemology, prior knowledge, thinking process, constructivism

ABSTRAK

Sejalan dengan teori konstruktivisme, pengetahuan awal (*prior knowledge*) merupakan hal penting dalam pembelajaran. Pengetahuan awal menjadi landasan bagi seseorang untuk mampu menerima informasi baru yang telah diberikan. Hal yang melatar belakangi tulisan ini adalah banyaknya anak didik yang kesulitan belajar matematika. Hasil observasi ketika mengajar SMA kelas XII tentang matriks menunjukkan siswa masih kesulitan dalam melakukan operasi hitung penjumlahan dan pengurangan. Hal tersebut menunjukkan ada masalah dalam pengetahuan awal siswa. Tujuan penulisan adalah untuk melihat pentingnya posisi pengetahuan awal dalam kesulitan belajar siswa. Tulisan ini merupakan kajian literatur. Hasil yang diperoleh menunjukkan pengetahuan awal merupakan sumber kesulitan belajar siswa. Hal ini dilihat dari natur matematika dan proses berpikir siswa dalam belajar matematika. Dari natur matematika, menurut teori konstruktivisme, pengetahuan diperoleh secara konstruktif progresif. Implikasinya, kesulitan akan muncul ketika secara epistemology pengetahuan awal berbeda dengan pengetahuan yang akan dipelajari. Dari proses berpikir, dalam membentuk pengetahuan baru atau merespon informasi yang dihadapkan padanya, siswa menggunakan pengetahuan awalnya. Implikasinya, kesulitan belajar akan muncul ketika terjadi konflik antara pengetahuan awal dengan pengetahuan yang akan dipelajari.

Kata Kunci: kesulitan belajar, epistemologi matematika, pengetahuan awal, konstruktivisme

PENDAHULUAN

Menurut Darmayasa (2018) matematika adalah alat pikir yang terstruktur untuk memecahkan masalah. Terstruktur berarti pengetahuan matematika tersusun secara teratur dan sistematis. Karena alam bersesuaian dengan matematika (Poythress, 1976; Nickel, 2001), maka natur matematika yang terstruktur dan sistematis ini menunjukkan alam diciptakan dengan sangat teratur dan sistematis. Dengan demikian, matematika sangat dibutuhkan untuk memahami alam. Hal ini menunjukkan pentingnya matematika. Untuk itu, dalam konteks pendidikan di sekolah matematika adalah mata pelajaran penting.

Pada kenyataannya kemampuan bermatematika anak di Indonesia rendah. Penelitian dari *Research on Improvement of System Education* (RISE) 2018 menunjukkan lebih dari 85% lulusan SD, 75% lulusan SMP, 55% lulusan SMA tidak mencapai kompetensi siswa kelas II SD (Bona, 2018). Selain itu, hasil *Programme for International Student Assessment* (PISA) tahun 2018 menunjukkan rendahnya kemampuan bermatematis siswa Indonesia, yaitu berada pada peringkat 7 dari bawah dengan skor 379. Skor ini jauh lebih kecil jika dibandingkan skor rata-rata OECD (*The Organization for Economic Cooperation and Development*) yaitu 489 (OECD, 2019). Rendahnya kemampuan matematis ini menyiratkan adanya kesulitan belajar yang dialami oleh siswa.

Rendahnya kemampuan matematis siswa juga dialami oleh siswa yang diajar oleh penulis saat PPL di satu kelas XII SMA di Lampung. Siswa kelas XII SMA mengalami kesulitan dalam belajar matematika. Hal ini terlihat ketika proses pembelajaran berlangsung dan mengerjakan latihan. Semua siswa kesulitan untuk menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan pada matriks. Kesulitannya bukan pada konsep penjumlahan matriksnya, tetapi pada penjumlahan bilangan (entri-entri matriks). Melihat hal ini, penulis kemudian mencoba mengeksplorasi kesulitan ini dengan memberikan permasalahan mengenai operasi penjumlahan dan pengurangan. Siswa tidak bisa menjumlahkan bilangan negatif dengan baik (misalnya, $-3 + (-12)$). Padahal materi mengenai penjumlahan bilangan negatif sudah diperoleh siswa pada saat duduk di bangku sekolah dasar (Kemendikbud, 2016). Akibatnya, penulis harus kembali mengulang pelajaran mengenai penjumlahan bilangan. Hal ini menandakan bahwa siswa SMA masih memiliki permasalahan dalam hal pengetahuan awal (*prior knowledge*). Padahal pengetahuan awal merupakan hal penting dalam proses mengkonstruksi pengetahuan baru dalam pembelajaran matematika. Berdasarkan fakta yang didapatkan penulis di lapangan menunjukkan pengetahuan awal siswa untuk belajar matriks tidak dipenuhi dengan baik.

Pemaparan di atas menunjukkan bahwa terdapat hambatan yang menyebabkan kesulitan ketika siswa belajar matematika. Hambatan dan kesulitan belajar terjadi karena siswa tidak memiliki pengetahuan awal yang baik. Ini menunjukkan bahwa pengetahuan awal memiliki posisi penting dalam proses pembelajaran. Pembelajaran harus dibangun pada dasar pengetahuan awal yang kokoh sehingga mampu membangun pembelajaran

matematika yang sistematis. Implikasinya dalam pembelajaran matematika penting untuk melihat peran penting pengetahuan awal. Oleh karena itu, pertanyaan yang menuntun tulisan ini adalah seberapa penting pengetahuan awal dalam pembelajaran matematika dan bagaimana pembelajaran dikembangkan berdasarkan pengetahuan awal? Dengan demikian tulisan ini bertujuan untuk menganalisis posisi pengetahuan awal dalam memahami kesulitan belajar siswa.

KESULITAN BELAJAR

Menurut Nathan dalam Ghufroon & Risnawita (2015), kesulitan belajar (*learning disability*) merupakan suatu kondisi di mana anak mengalami kegagalan di pelajaran tertentu. Kegagalan tersebut yang menjadi masalah di dalam kelas ketika tidak mampu mengikuti pembelajaran yang ada. Menurut Wati & Saragih (2018), kesulitan belajar matematika berkaitan dengan konsep, prinsip, penggunaan simbol, lemah dalam perhitungan, dan memahami bahasa matematika. Hal ini juga selaras dengan berbagai penelitian yang mengeksplorasi kesulitan yang dialami oleh siswa. Kesulitan belajar yang dialami oleh siswa dicirikan oleh kelemahan dalam menafsirkan simbol numerik yang berhubungan dengan angka, hubungan angka, dan bidang tidak beraturan (Putra, Setiawan & Aprilianto, 2020). Penelitian Paladang, Indriani & Dirgantoro (2018) juga mengungkapkan bentuk kesulitan berupa menafsirkan simbol dan makna dari suatu konsep matematika.

Brousseau (2011) memperkenalkan cara melihat kesulitan belajar dengan gagasan hambatan epistemology (*epistemological obstacles*). Gagasan ini mengungkapkan bahwa kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa bukan karena siswa tidak memiliki pengetahuan tetapi akibat pengetahuan siswa itu sendiri tetapi tidak tepat digunakan pada konteks yang sedang dihadapinya. Hal ini bersesuaian dengan pandangan konstruktivisme bahwa proses perolehan pengetahuan itu dilakukan oleh siswa secara aktif dengan menggunakan pengetahuan awalnya.

Dalam tulisan ini, faktor penyebab kesulitan siswa akan dilihat dalam proses pembelajaran. Proses pembelajaran matematika dalam dilihat sebagai sistem relasi antar guru-siswa dan matematika (pengetahuan). Sistem relasi ini disebut sebagai segitiga didaktik (Kansanen, 1999; Brousseau, 2011; Herbst & Chazan, 2012). Berdasarkan sistem ini, proses pembelajaran matematika dilihat sebagai relasi antar guru-siswa (relasi pedagogi), siswa-pengetahuan (relasi didaktis) dan guru-pengetahuan.

Berdasarkan sistem relasi ini, Brousseau mengungkapkan tiga sumber hambatan yang mengakibatkan munculnya kesulitan siswa dalam belajar. Ketiga hambatan tersebut adalah hambatan epistemologis, hambatan didaktis dan hambatan ontogenis (Brousseau, 2011). Hambatan epistemologis merujuk kesulitan atau kesalahan yang terjadi karena matematika itu sendiri (epistemologi matematika, khususnya konten yang dipelajari). Misalnya, dalam pertidaksamaan kuadrat, siswa sering melakukan generalisasi cara berpikir persamaan kuadrat ke pertidaksamaan kuadrat (Tamba, Saragih & Listiani, 2018). Kesulitan

ini muncul karena cara berpikir dan cara memahami pada persamaan kuadrat berbeda dengan pertidaksamaan kuadrat. Hambatan didaktis berarti siswa mengalami kesalahan dan kesulitan karena pendekatan yang dipilih oleh guru. Misalnya, pada materi pertidaksamaan kuadrat, pendekatan “pembuat nol” akan melahirkan cara berpikir yang tidak tepat untuk semua konteks pertidaksamaan kuadrat (Tamba & Siahaan, 2020). Hambatan ontogenis artinya kesalahan dan kesulitan terjadi karena tingkat berpikir anak yang belum sesuai dengan perkembangannya.

PENGETAHUAN AWAL (*PRIOR KNOWLEDGE*)

Pengetahuan awal (*prior knowledge*) merupakan pengetahuan awal yang dimiliki siswa sebelum mengikuti pelajaran baru. Pengetahuan awal menjadi hal yang perlu diperhatikan untuk mengidentifikasi pengetahuan baru yang akan diterima. Kesalahan dalam mengidentifikasi pengetahuan awal akan menyebabkan kesulitan dalam perolehan pengetahuan baru.

Pengetahuan awal menjadi bekal siswa untuk belajar hal baru. Hailikari dalam Payung, Ramadhan, & Budiarsa (2016), mengartikan bahwa pengetahuan awal merupakan kombinasi pengetahuan dan keterampilan yang dibangun sebelum mengalami proses pembelajaran baru. Pengetahuan dan keterampilan merupakan hal yang penting bagi diri siswa. Ketika keduanya dikombinasikan akan menciptakan pengalaman yang kuat untuk bisa memilah pengetahuan baru yang akan diterima. Reigeluth dalam Firmansyah (2017), membagi pengetahuan awal menjadi beberapa bagian yaitu, *arbitrarily meaningful knowledge*, *superordinate knowledge*, *coordinate knowledge*, *subordinate knowledge*, *experiential knowledge*, *analogic idea*, dan *cognitive strategy*.

Setelah mengetahui bentuk-bentuk *prior knowledge* maka selanjutnya akan dibahas karakteristik *prior knowledge*. Menurut Harlen dalam Purwana (2012) pengetahuan awal memiliki lima karakteristik yaitu, dihasilkan melalui proses berpikir (imajinasi) dengan sedikit percobaan, bersifat kaku dan dapat berlawanan dengan fakta tetapi bisa memenuhi harapan, memerlukan tambahan bukti untuk dipraktikkan, berasal dari kejadian nyata, dan terkadang bersifat ilmiah. Karakteristik di atas menunjukkan bahwa pengetahuan tidak hanya berasal dari guru tetapi bisa didapat melalui imajinasi, lingkungan, dan tugas-tugas yang dikerjakan. Karakteristik tersebut akan membantu anak untuk membentuk pengetahuan awal dalam menemukan pengetahuan baru. Imajinasi dan lingkungan akan mempengaruhi cara kerja berpikir anak menemukan pengetahuan baru tersebut.

PROSES BERPIKIR DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Kajian ini akan menggunakan pendekatan konstruktivisme dalam melihat proses berpikir siswa pada pembelajaran matematika. Konstruktivisme tidak dimulai dalam pendidikan matematika. Ketertarikan atas konstruktivisme dalam pendidikan matematika berkembang karena penolakan dari guru (pendidik) matematika akan asosiosisme Thorndike

dan behaviorisme Skinner (Thompson, 2014). Asosiasi dari Thorndike berpandangan bahwa pembelajaran terjadi dengan membentuk asosiasi antara rangsangan dan respon yang sesuai. Untuk itu pembelajaran matematika harus didesain dengan mengatur rangsangan (stimulus) yang tepat secara terurut. Rangsangan ini diminta untuk direspon oleh siswa secara tepat secara berulang-ulang. Sementara behaviorisme Skinner melihat semua perilaku manusia ditentukan oleh kekuatan lingkungan. Oleh karena itu, behaviorisme melihat proses pembelajaran dan perolehan pengetahuan ditentukan oleh lingkungan luar.

Selain dari penolakan atas gagasan behaviorisme, konstruktivisme berkembang dalam pendidikan matematika juga dipengaruhi oleh gagasan Polya mengenai pemecahan masalah (Thompson, 2014). Gagasan ini membuka ruang pada pendidikan matematika untuk melihat pembelajaran siswa dengan cara berpikir yang baru serta berkembangnya pandangan atas pentingnya cara berpikir siswa. Sejak saat itu konstruktivisme memiliki pengaruh yang sangat kuat dalam pendidikan matematika. Dalam pendidikan matematika, pengaruh terbesar diberikan oleh Piaget, Vygotsky, dan von Glasersfeld (Thompson, 2014). Berikut akan dibahas bagaimana ketika konstruktivisme dari ketiga tokoh ini dalam melihat proses belajar terjadi, khususnya bagaimana proses berpikir anak ketika mempelajari matematika.

Piaget memberikan pengaruh pada konstruktivisme dalam pendidikan matematika melalui gagasannya akan skema, asimilasi, akomodasi, ekuilibrasi, dan refleksi sebagai cara untuk mengkonseptualisasi pemikiran matematika siswa sebagai suatu yang memiliki koherensi internal. Gagasan Piaget memberikan dua pengaruh yaitu secara psikologis maupun secara epistemologis. Banyak yang berpandangan bahwa Piaget memberikan pengaruh mengenai psikologi perkembangan kognitif (Thompson, 2014; Schwarz, 2014).

Piaget berpandangan dalam proses belajar anak aktif mengkonstruksi pengetahuannya. Konstruksi pengetahuan ini terjadi ketika akan melakukan adaptasi atas lingkungan (pengetahuan, tindakan, dll) melalui proses asimilasi dan akomodasi sehingga ekuilibrium tercapai. Proses asimilasi berarti anak mengintegrasikan persepsi, konsep dan pengalaman baru ke dalam skema kognitifnya. Dalam proses asimilasi ini, anak akan melakukan akomodasi. Ada dua jenis proses akomodasi yang mungkin terjadi. Pertama mengubah skema yang ada dalam struktur kognitif karena struktur pengetahuan yang baru tidak ditemukan dalam struktur kognitifnya. Kedua, memodifikasi skema yang ada sehingga bersesuaian dengan struktur pengetahuan yang baru (Thompson, 2014).

Putra (2015), mengatakan apabila asimilasi dan akomodasi tidak mengalami konflik dengan lingkungan maka struktur kognitif akan ekuilibrium (setimbang) dengan lingkungan, tetapi apabila terjadi disequilibrium kognitif maka perlu adanya pembimbing untuk mengarahkan ekuilibrium kognitif ke tingkat yang lebih tinggi. Artinya bahwa ketika anak tidak bisa beradaptasi dengan lingkungan maka perlu dilakukan bimbingan. Hal itu bertujuan supaya anak bisa menyeimbangkan skema yang telah diperoleh dari informasi baru. Ketidakeimbangan antara lingkungan dengan adaptasi anak akan menghambat

tumbuh kembangnya terhadap skema-skema yang ada untuk mendukung penerimaan informasi baru. Skema-skema yang ada akan membentuk pola pikir anak dalam tumbuh kembangnya dalam menerima atau membentuk pengetahuan baru berdasarkan informasi baru yang telah diseimbangkan dengan pengetahuan awal anak.

Hal ini menunjukkan bahwa pengetahuan awal menentukan proses perolehan pengetahuan ketika anak belajar. Proses akomodasi, baik mengubah ataupun menyesuaikan skema, ditentukan oleh struktur pengetahuan awal. Misalnya, ketika belajar pecahan. Saat awal mempelajari pecahan, proses berpikir yang bisa terjadi adalah mengubah atau membentuk skema yang baru dalam struktur kognitifnya. Proses ini dilakukan karena sebelumnya anak hanya masih mengenal bilangan bulat. Proses pengubah skema yang lama dapat dilihat ketika anak dihadapkan pada konteks pecahan campuran, dimana pengetahuan awal anak sebelumnya adalah pecahan selalu lebih kecil dari keseluruhannya (unitnya).

Selain gagasan mengenai bagaimana proses berpikir anak terjadi, Piaget juga mengemukakan mengenai miskonsepsi. Miskonsepsi dapat dilihat akarnya pada pandangan Piaget bahwa anak cenderung melakukan adaptasi terhadap lingkungannya. Miskonsepsi berarti anak konsisten mengelaobrasikan pemahaman akan realitas yang tidak sesuai dengan standar saintifik (Thompson, 2014). Hal ini terjadi karena adanya konflik antara struktur pengetahuan yang baru dengan pengetahuan awal siswa. Pengetahuan awal ini sendiri sering diperoleh berdasarkan pengalaman sehari-hari. Miskonsepsi ini berkembang ketika pengetahuan baru hanya ditambahkan ke atas pengetahuan awal yang tidak kompatibel. Misalnya, pada pembelajaran awal pecahan anak diajarkan aktivitas pembelajaran berupa kegiatan melakukan partisi atas objek tertentu. Setiap unit dari hasil partisi ini mewakili nilai pecahan tertentu. Berdasarkan ini, anak membangun konsepnya bahwa pecahan selalu lebih kecil dari unit awal. Ketika hal ini terjadi, diperlukan reorganisasi pengetahuan awal sehingga menghasilkan perubahan konseptual. Untuk itu, diperlukan suatu desain tugas belajar, di mana siswa dihadapkan pada konflik kognitif. Harapannya anak mengganti miskonsepsi ini dengan konsepsi yang baru.

Pemaparan mengenai proses berpikir siswa dalam belajar matematika, menunjukkan bahwa dari sisi konstruktivisme, perolehan pengetahuan baru dan pembentukan konsep terjadi berhubungan dengan pengetahuan awal. Proses asimilasi dan akomodasi yang dilakukan oleh siswa ketika belajar matematika bergantung pada pengetahuan awal siswa.

Sebagaimana diungkapkan pada pembahasan di atas mengenai pengaruh intuisisme dalam konstruktivisme dalam memandang matematika, intuisisme juga memberikan pengaruh dalam melihat proses kognitif dalam proses berpikir saat belajar matematika. Dalam proses perolehan pengetahuan, peran pengetahuan (matematika) intuitif dapat dilihat dari sisi proses kognitif. Fischbein mengungkapkan intuisi adalah jenis kognisi yang ditandai dengan kesegeraan, bukti diri, kepastian intrinsik, ketekunan, koersif, implikasi, status teori, ekstrapolatif, dan globalitas (Tirosh & Tsamir, 2014). Fischbein mengatakan:

"Pengetahuan (matematika) intuitif [adalah] sejenis pengetahuan yang tidak didasarkan pada bukti empiris ilmiah atau pada argumen logis yang ketat dan, terlepas dari semua ini, seseorang cenderung menerimanya sebagai sesuatu yang pasti dan terbukti (1987, hlm. 26)."

Fischbein (1987) juga menyatakan bahwa intuisi muncul secara spontan dan asalnya berakar pada pengalaman pribadi atau pengetahuan kita sebelumnya. Dalam hal ini, pengetahuan yang pertama kali kita peroleh akan membentuk intuisi kita dan biasanya bersifat resisten (diterapkan berlebihan dan sulit dilupakan).

Ada empat kerangka teoritis dalam memahami matematika intuitif (Tirosh & Tsamir, 2014). Pertama, kerangka System 1- System 2, dimana sistem 1 adalah intuisi dan sistem 2 adalah penalaran (Kahneman, 2003). Kahneman (2003) melihat bahwa dalam proses awal perolehan pengetahuan, Sistem-1 berperan penting, yaitu membantu dalam pemetaan dan asimilasi rangsangan baru yang diperoleh ke dalam struktur pengetahuan yang dengan sendirinya diterima sebagai valid. Kedua, gagasan *concept image* (karateristik mental akan objek matematika) dan *concept definition* (karateristik formal objek matematika) dari Tall and Vinner (1981). Dalam perolehan pengetahuan, *concept image* sering menghalangi *concept definition*, padahal target pengetahuan dalam pembelajaran matematika adalah *concept definition*. Misalnya, pertidaksamaan kuadrat sering diperkenalkan sebagai bentuk persamaan kuadrat dengan mengganti tanda kesamaan dengan tanda ketidaksamaan. Pendekatan ini menggunakan metafora "pembuat nol" (gagasan dari persamaan kuadrat) sebagai langkah awal menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat. Implikasinya, siswa membentuk *concept image* (pengetahuan intuitif, yang akan menjadi pengetahuan awal) bahwa pertidaksamaan kuadrat tidak memiliki solusi jika tidak diperoleh nilai pembuat nol-nya (Tamba & Siahaan, 2020; Tamba, Saragih, & Listiani, 2018).

Ketiga, pendekatan perubahan konsep (*conceptual change approach*). Terminologi pendekatan perubahan konsep mendeskripsikan proses belajar informasi (pengetahuan) baru yang bertentangan dengan presuposisi siswa (misalnya, pengetahuan intuitif) memerlukan dan mengharuskan pengaturan kembali pengetahuan awal (Tirosh & Tsamir, 2014). Artinya, pengetahuan awal (pengetahuan intuitif) menentukan keberhasilan dalam proses belajar pengetahuan yang baru. Keempat, teori aturan kognitif (*the intuitive rules theory*). Klaim utama teori ini adalah bahwa siswa cenderung memberikan tanggapan intuitif yang serupa untuk berbagai tugas ilmiah, matematika, dan tugas lain yang memiliki beberapa karakteristik eksternal yang sepertinya sama tetapi sebenarnya tidak terkait (Tsamir, 2007).

EPISTEMOLOGI MATEMATIKA

Proses berpikir dalam belajar matematika, sebagai mana diungkapkan di atas, tidak dapat dipisahkan dan dibicarakan tanpa merujuk epistemologi matematika itu sendiri (Ernest, 2015). Pada tulisan ini, epistemologi matematika akan ditinjau dari sudut pandang

konstruktivisme (dan intuisisme). Konstruktivisme merupakan bagian dari pandangan absolutisme akan matematika. Dengan demikian, konstruktivisme memandang natur matematika adalah absolut, tidak berubah.

Konstruktivisme memiliki tujuan untuk merekonstruksi pengetahuan matematika. Tujuannya agar matematika tidak kehilangan makna dan terhindar dari kontradiksi. Oleh karena itu, konstruktivis menolak argumen non-konstruktif seperti bukti Cantor bahwa bilangan Riil tidak dapat dihitung. Matematikawan melihat argument non-konstruktif tidak aman, oleh karena itu matematika perlu dibangun kembali dengan metode dan penalaran 'konstruktif' (Thompson, 2014). Ini berarti bahwa konstruksi matematika diperlukan untuk menetapkan kebenaran atau keberadaan, sebagai lawan dari metode yang mengandalkan pembuktian dengan kontradiksi. Bagi konstruktivis, pengetahuan harus ditetapkan melalui bukti konstruktif, berdasarkan logika konstruktivis terbatas, dan arti istilah/objek matematika terdiri dari prosedur formal yang dengannya mereka dibangun (Ernest, 2016). Dengan demikian, bagi konstruktivis, matematika bukanlah ditemukan (Ernest, 2016, 2015; Thompson, 2014).

Matematika dibangun dari ide-ide yang sudah jelas secara intuitif (Ernest, 2016, 2014; Thompson, 2014; Tirosh & Tsamir, 2014). Proses ini terjadi terutama di dalam pikiran. Oleh karena itu, intuisi adalah fondasi matematika. Bahkan Brouwer (filsuf intuisisme) mengatakan bahwa matematika dapat diverifikasi karena itu bersesuaian dengan intuisi semua orang (Zderad, 2004).

Berdasarkan pandangan ini, perolehan pengetahuan matematika ditentukan oleh intuisi atau pengetahuan intuitif manusia. Pengetahuan intuitif yang dibangun dari aktivitas manusia merupakan dasar dalam mengkonstruksi bukti, objek matematika bahkan pengetahuan baru dalam matematika (Ernest, 2016). Artinya pengetahuan intuitif menentukan proses pembentukan pengetahuan dan pemahaman. Pembentukan pengetahuan dengan melihat peran intuisi berimplikasi pada proses kognitif dari pembelajar matematika. Hal ini akan dibahas pada bagian berikut ini.

PEMBAHASAN

Pada pembahasan ini, akan dianalisis posisi pengetahuan awal (*prior knowledge*) pada kesulitan belajar siswa, baik sumbernya dan pendekatan pembelajaran untuk mengatasinya. Oleh karena itu pembahasan ini akan dibagi menjadi dua bagian besar. Bagian pertama, akan membahas mengenai sumber kesulitan belajar berdasarkan pengetahuan awal ditinjau dari epistemologi matematika. Kedua, kesulitan belajar berdasarkan pengetahuan awal ditinjau dari proses berpikir dalam pembelajaran matematika

Pertama, tinjauan dari epistemologi matematika. Berdasarkan kajian di atas dapat disimpulkan bahwa secara epistemologi, matematika dibentuk dan diperoleh secara konstruksi progresif. Konstruksi progresif berarti matematika dibentuk secara intuitif.

Artinya dalam pengetahuan matematika ditentukan oleh pengetahuan dan kemampuan intuitif. Dengan demikian, konstruktis pengetahuan yang baru akan sulit terjadi jika pengetahuan awal (sebelumnya) tidak bersesuaian secara epistemologi, dengan kata lain secara epistemologi, terdapat perbedaan antar pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang lama. Perbedaan epistemologi mungkin terjadi dalam matematika. Brousseau (2011) mengungkapkan ini sebagai hambatan epistemologi. Hambatan epistemologis memunculkan kesulitan belajar pada siswa. Kesulitan ini terjadi bukan karena ketidaktahuannya atau kesalahan konsep, tetapi karena siswa memiliki pengetahuan awal yang secara epistemologi berbeda dengan pengetahuan yang baru. Contoh mengenai hal ini diungkapkan oleh Meletiou (2003, 2007) yang mengungkapkan bahwa pandangan formalisme dalam matematika menjadi hambatan dalam memahami statistika. Implikasi dari pandangan ini adalah kesulitan memilih ukuran pemusatan yang tepat, karena formalisme melihat bilangan terpisah dari konteks. Padahal, dalam berpikir statistik makna bilangan ditentukan oleh konteks, bukan sebaliknya. Dengan demikian, pengetahuan awal (pengetahuan intuitif) berupa pandangan formalisme menjadi sumber kesulitan belajar (memperoleh pengetahuan). Contoh lain ditunjukkan oleh penelitian Job & Schneider (2014) yang menunjukkan bahwa pandangan positivisme empiris (*empirical positivism*) adalah sumber hambatan dalam kalkulus. Pengetahuan awal atau intuisi berupa pandangan positivisme empiris selalu melihat konsep kalkulus sebagai abstraksi atau pemodelan dari persoalan fisik (nyata). Oleh karena itu, sebagaimana konstruktivisme melihat matematika diperoleh secara konstruksi progresif, maka kesulitan belajar atau perolehan pengetahuan dapat bersumber dari pengetahuan awal (sebelumnya).

Kedua, tinjauan dari proses berpikir dalam pembelajaran matematika. Kesulitan belajar berdasarkan posisi pengetahuan awal pada proses berpikir siswa dalam pembelajaran matematika. Sebagaimana diungkapkan oleh Piaget, bahwa proses perolehan dan pembentukan pengetahuan yang baru terjadi pada proses asimilasi dan akomodasi. Proses ini ditentukan oleh struktur kognitif pengetahuan awal siswa. Di mana proses akomodasi dengan perubahan struktur yang baru jika struktur pengetahuan yang lama tidak bersesuaian. Dan penyesuaian struktur yang ada jika struktur kognitif pengetahuan yang lama bersesuaian. Dari pemahaman ini dapat kita lihat bahwa struktur pengetahuan awal menentukan apakah proses perolehan pengetahuan (*learning*) ini berjalan dengan baik. Siswa akan mengalami kesulitan, jika dalam proses belajar tidak berangkat dari pengetahuan awal (Schwarz, 2014).

Gagasan ini juga sesuai dengan pendekatan matematika intuitif dalam proses berpikir siswa. Bahkan, beberapa peneliti menyamakan matematika intuitif sebagai pengetahuan awal (misalnya, Fischbein 1987; Stavy and Tirosh 2000). Dari keempat kerangka teoritis mengenai matematika intuitif (Sistem 1-sistem 2, *concept image*, perubahan konsep dan teori aturan kognitif), dapat kita lihat bahwa proses berpikir siswa dalam membentuk pengetahuan baru. Kerangka tersebut mengungkapkan, pengetahuan awal (sistem 1, *concept image*, pengetahuan intuitif) digunakan untuk merespon ketika

informasi baru datang. Implikasinya, pengetahuan awal ini akan menjadi sumber kesulitan dalam mempelajari hal baru. Misalnya, penelitian dari Tamba & Siahaan (2020) dan Tamba, Saragih & Listiani (2018) mengenai pertidaksamaan kuadrat. Siswa menggunakan pengetahuan persamaan kuadrat (khususnya gagasan pembuat nol) dalam merespon informasi mengenai pertidaksamaan kuadrat. Akibatnya, generalisasi pun muncul yaitu menganggap pertidaksamaan kuadrat dan persamaan kuadrat adalah konsep yang sama hanya berbeda tanda. Implikasinya, ketika dihadapkan pada permasalahan pertidaksamaan yang memiliki solusi $\forall x \in R$, siswa akan mengalami kesulitan.

Pembahasan di atas juga berimplikasi pada lintasan belajar siswa. Lintasan belajar siswa harus dimulai dari pengetahuan awal mereka (Tamba, Saragih & Listiani, 2018). Karena proses perolehan pengetahuan bersifat konstruktif progresif, maka untuk membentuk pengetahuan tertentu dibutuhkan pengetahuan awal. Begitu juga jika dilihat dari proses berpikir siswa, diperlukan pengetahuan awal tertentu agar dapat merespon pengetahuan atau informasi baru. Berdasarkan pemahaman baik dari natur matematika maupun proses berpikir siswa, permasalahan yang ditemukan pada bagian latar belakang dapat dilihat dari kerangka pengetahuan awal. Kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan matriks terjadi karena pengetahuan awal yang dibutuhkan untuk merespon permasalahan tersebut tidak dimiliki.

Pembahasan di atas perlu dilihat dalam sudut pandang wawasan Kristen alkitabiah. Konstruktivisme (dan intuisisme) tidak sesuai dengan pandangan Kekristenan (Howell & Bradley, 2011). Matematika bukanlah hasil konstruksi pikiran manusia atau hasil dari intuisi manusia. Matematika masuk akal atau dapat dipahami oleh intuisi karena manusia adalah *Imago Dei* (Poythress, 1967, 2015; Nickel, 2001). Sebagai *Imago Dei*, intuisi manusia terbatas, sehingga pengetahuan matematika-nya tidak lengkap dan mungkin salah (Saragih, Hidayat, & Tamba, 2019). Selain itu, konstruktivisme (dan intuisisme) yang melihat matematika secara *a priori*, tidak dapat atas persoalan aplikatif matematika. Jika matematika independen dari pengalaman dan dapat dibuktikan secara *a priori* maka mengapa matematika punya dampak aplikatif pada dunia nyata. Berdasarkan hal ini, guru Kristen harus hati-hati agar tidak jatuh pada ekstrim ini. Berdasarkan pembahasan di atas, guru Kristen dapat menggunakan pandangan konstruktivisme untuk memahami proses berpikir siswa dan bagaimana konstruksi pengetahuan matematika dalam pikiran manusia. Ini dimungkinkan karena memang sebagai *Imago dei* kita memiliki kemampuan dan pengetahuan matematika (Poythress, 1967, 2015; Nickel, 2001). Implikasinya, proses berpikir kita juga mengikuti namun tidak terbatas pada gagasan konstruktivisme dan intuisisme. Oleh karena itu, guru Kristen harus melakukan integrasi akan presposisi dari pandangan konstruktivisme dan intuisisme, agar pendidikan matematika mencerminkan kesetiaan dan kekuatan Tuhan pada manusia (salah satu tujuan pendidikan Kristen)(Kristiana, Winardi, & Hidayat, 2017; Adhi, Winardi & Listiani, 2018; Saragih, Hidayat, & Tamba, 2019).

KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa *prior knowledge* penting dalam pembelajaran matematika. Natur matematika yang dibentuk secara konstruktif progresif menunjukkan pentingnya pengetahuan awal. Pengetahuan awal yang tidak bersesuai dengan pengetahuan baru yang akan diperoleh adalah sumber kesulitan (hamabtan epistemologis). Demikian juga dari sisi proses berpikir siswa dalam belajar matematika. Siswa membangun dan merespon informasi baru berdasarkan pengetahuan awalnya. Ini menjadi sumber munculnya kesulitan belajar. Ketika struktur pengetahuan baru tidak bersesuai dengan pengetahuan awal, dibutuhkan perubahan konsep yang telah dimiliki siswa. Perubahan konsep ini tidak akan terjadi jika tidak ada jembatan yang diberikan. Implikasinya, kesulitan belajar pun muncul.

Temuan ini berimplikasi pada proses pembelajaran dan pemilihan pendekatan yang digunakan guru. Pembelajaran harus dimulai dari pengetahuan awal siswa. Tujuannya agar terdapat jembatan antara pengetahuan awal dengan pengetahuan yang akan dipelajari. Dengan demikian, kesulitan belajar bisa dihindarkan. Selain itu, guru juga perlu mengkonfrontasi pengetahuan awal, sehingga terjadi proses organisasi ulang struktur berpikir yang ada (Brousseau, 2011, Tamba & Siahaan, 2020; Tamba, Saragih & Listiani (2018).

DAFTAR PUSTAKA

- Adhi, Y., Winardi, Y., & Listiani, T. (2018). Penerapan model integrasi biblika Bryan Smith tahap 2 pada pembelajaran matematika untuk meningkatkan pemahaman Wawasan Kristen Alkitabiah (WAK) siswa kelas XI IPA-2 di suatu SMA di Toraja [The implementation of the Bryan Smith stage 2 Biblical integration model in learning mathematics to improve the understanding of a Biblical Christian Worldview (BCW) of grade 11 Science-2 students in a high school in Toraja]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 2(1), 45-56. <https://doi.org/10.19166/johme.v2i1.979>
- Bona, M. F. (2018). *Indonesia darurat matematika*. Retrieved from <https://www.beritasatu.com/irawati-diah-astuti/nasional/521939/indonesia-darurat-matematika>
- Brousseau, G. (2011). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathematiques, 1970-1990*. Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Darmayasa, J. B. (2018). Landasan, tantangan, dan inovasi berupa konteks ethnomathematics dalam pembelajaran matematika sekolah menengah pertama. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 2(1), 9-13. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v2i1.709>

- Ernest, P. (2016). *Philosophy of mathematics education*. Abingdon, England: Routledge.
- Ernest, P. (2015). The philosophy of mathematics education: Stephen Lerman's contributions. *Shifts in the Field of Mathematics Education*, 203–213. https://doi.org/10.1007/978-981-287-179-4_14
- Firmansyah, M. A. (2017). Peran kemampuan awal matematika dan belief matematika terhadap hasil belajar. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 55-68. <https://doi.org/10.31000/prima.v1i1.255>
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, Netherlands: Reidel.
- Ghufron, M. N., & Risnawita, R. (2015). Kesulitan belajar pada anak: Identifikasi faktor yang berperan. *Elementary: Islamic Teacher Journal*, 3(2), 297-311. Retrieved from <https://journal.iainkudus.ac.id/index.php/elementary/article/view/1455/1331>
- Herbst, P., & Chazan, D. (2012). On the instructional triangle and sources of justification for actions in mathematics teaching. *ZDM*, 44(5), 601–612. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0438-6>
- Howell, R. W., & Bradley, J. (2011). *Mathematics through the eyes of faith*. New York, NY: HarperOne.
- Job, P., & Schneider, M. (2014). Empirical positivism, an epistemological obstacle in the learning of calculus. *ZDM*, 46(4), 635–646. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0604-0>
- Kahneman, D. (2003). A perspective on judgment and choice: Mapping bounded rationality. *American Psychologist*, 58(9), 697–720. <https://doi.org/10.1037/0003-066x.58.9.697>
- Kansanen, P. (1999). Teaching as teaching-studying-learning interaction. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 43(1), 81–89. <https://doi.org/10.1080/0031383990430105>
- Kemendikbud. (2016). *Peraturan menteri pendidikan dan kebudayaan nomor 21 tahun 2016 tentang standar isi pendidikan dasar dan menengah*. Retrieved from http://bsnp-indonesia.org/wp-content/uploads/2009/06/Permendikbud_Tahun2016_Nomor021_Lampiran.pdf
- Kristiana, T. B., Winardi, Y., & Hidayat, D. (2017). Biblical integration in a mathematics classroom: A qualitative research in a senior high school. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 1(1), 1-9. <https://doi.org/10.19166/johme.v1i1.709>
- Meletiou, M. (2003). On the formalist view of mathematics: Impact on statistics instruction and learning. *Proceedings of the Third European Conference in Mathematics Education*. Bellaria, Italy: European Society for Research in Mathematics Education.

Retrieved from https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG5/TG5_meletiou_cerme3.pdf

- Meletiou-Mavrotheris, M. (2007). The formalist mathematical tradition as an obstacle to stochastic reasoning. *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*, 131–155. https://doi.org/10.1007/978-0-387-71575-9_7
- Nickel, J. (2001). *Mathematics: Is God silent?*. Vallecito, CA: Ross House Books.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *PISA 2018 results (Volume I): What students know and can do*. Paris, France: OECD Publishing.
- Paladang, K. K., Indriani, S., & Dirgantoro, K. P. S. (2018). Analisis kesalahan siswa kelas VIII SLH Medan dalam mengerjakan soal matematika materi fungsi ditinjau dari prosedur Newman [Analyzing students' errors in solving mathematics problems in function topics based on Newman's procedures in grade 8 at SLH Medan]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 1(2), 93-103. <https://doi.org/10.19166/johme.v1i2.798>
- Payung, L. M., Ramadhan, A., & Budiarsa, I. M. (2016). Pengaruh pengetahuan awal, kecerdasan emosional, dan motivasi belajar terhadap hasil belajar IPA siswa kelas VIII SMP Negeri 3 Parigi. *e-Jurnal Mitra Sains*, 4(3), 59-67. Retrieved from <https://media.neliti.com/media/publications/154263-ID-pengaruh-pengetahuan-awal-kecerdasan-emo.pdf>
- Poythress, V. S. (1967). *Foundations of Christian scholarship: Essay in the Van Til perspective*. Vallecito, CA: Ross House Books.
- Poythress, V. S. (2015). *Redeeming mathematics: A God-centered approach*. Wheaton, Illinois: Crossway.
- Purwana, U. (2012). Profil pengetahuan awal (prior knowledge) siswa SMP tentang kemagnetan. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 13(2), 117-124. Retrieved from <http://jurnal.fkip.unila.ac.id/index.php/jpm/article/view/406/162>
- Putra, R. W. Y. (2015). Pembelajaran konflik kognitif untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa berdasarkan kategori pengetahuan awal matematis. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 155-166. Retrieved from <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/article/view/44/38>
- Saragih, M. J., Hidayat, D., & Tamba, K. P. (2019). Implikasi pendidikan yang berpusat pada Kristus dalam kelas matematika [The implications of Christ-center education for mathematics classes]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 2(2), 97-107. <https://doi.org/10.19166/johme.v2i2.1695>

- Schwarz, B. B. (2014). Psychological approaches in mathematics education. In: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht, London: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_167
- Tamba, K. P., Saragih, M. J., & Listiani, T. (2018). Learning trajectory of quadratic inequality. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 2(1), 12-21. <https://doi.org/10.19166/johme.v2i1.1202>
- Tamba, K. P., & Siahaan, M. M. L. (2020). Pembuat nol sebagai hambatan didaktis dalam pertidaksamaan kuadrat. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 4(2), 292-307. <https://doi.org/10.33603/jnpm.v4i2.3614>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/bf00305619>
- Thompson, P. W. (2014). Constructivism in mathematics education. In: Lerman S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht, London: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_31
- Tsamir, P. (2007). When intuition beats logic: Prospective teachers' awareness of their same sides – same angles solutions. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 255–279. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9053-1>
- Wati, E., & Saragih, M. J. (2018). Kesulitan belajar matematika berkaitan dengan konsep pada topik aljabar: Studi kasus pada siswa kelas VII sekolah ABC Lampung [Difficulties in learning mathematics concepts in algebra: A case study of grade VII students in ABC school Lampung]. *Polyglot: Jurnal Ilmiah*, 14(1), 53-64. <https://doi.org/10.19166/pji.v14i1.453>
- Zderad, J. (2004). Creationism – A viable philosophy of mathematics. Retrieved from <https://www.semanticscholar.org/paper/Creationism-%E2%80%93-A-Viable-Philosophy-of-Mathematics-Zderad/f0d46f161ed749284003b585c492830eefb4e0e7?p2df>